

经济学原理课程笔记：货币需求与通胀福利成本

金禾经济研究中心

January 5, 2026

Abstract

本节笔记深入探讨了货币需求的微观基础。首先推导了经典的 **Baumol-Tobin 存货模型** (平方根法则)；随后将其置于跨期效用最大化框架下，证明了利息成本本质上是持有货币的机会成本；最后通过积分计算消费者剩余，证明了通货膨胀导致的**鞋底成本 (Shoe-leather Cost)** 在数值上等于由于货币扭曲造成的**无谓损失 (Deadweight Loss)**。

Contents

1 Baumol-Tobin 存货模型 (Inventory Model)	2
1.1 模型设定	2
1.2 总成本最小化	2
1.3 货币需求函数	2
2 效用最大化视角 (Utility Maximization Approach)	3
2.1 两期预算约束	3
2.2 通货膨胀的影响	3
3 福利分析：鞋底成本与无谓损失	4
3.1 货币需求曲线与消费者剩余	4
3.2 积分推导	4
3.3 鞋底成本 = 扭曲损失	5

1 Baumol-Tobin 存货模型 (Inventory Model)

注释 (T.A. Note)

对应笔记 P.1 上半部分。这是最基础的推导，将货币需求类比为厂商的存货管理问题。

1.1 模型设定

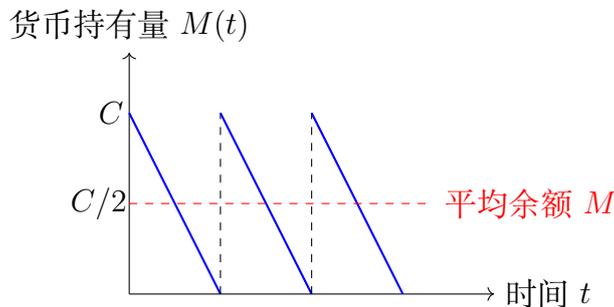
假设一个人每期（例如一个月）的总支出为 T 元。他需要分次去银行取款，每次取款金额为 C 元。

- **交易成本 (Transaction Cost):** 每次跑银行的成本为 b (包含时间成本、手续费等)。总取款次数为 T/C 。
- **持有成本 (Opportunity Cost):** 持有现金会损失利息收益 i 。平均持有的货币余额为 $C/2$ (假设支出是均匀流出的)。

1.2 总成本最小化

总成本 (TC) 函数为:

$$TC = \underbrace{b\frac{T}{C}}_{\text{交易成本}} + \underbrace{i\frac{C}{2}}_{\text{机会成本}} \quad (1)$$



一阶条件 (FOC):

$$\frac{dTC}{dC} = -\frac{bT}{C^2} + \frac{i}{2} = 0 \quad (2)$$

解得最优取款额 C^* :

$$C^2 = \frac{2bT}{i} \implies C^* = \sqrt{\frac{2bT}{i}} \quad (3)$$

1.3 货币需求函数

平均货币持有量 M 为:

$$M = \frac{C^*}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2bT}{i}} = \sqrt{\frac{bT}{2i}} \quad (4)$$

转化为实际变量形式：令 P 为价格水平， $\beta = b/P$ 为实际交易成本， $t = T/P$ 为实际收入/支出。实际货币需求 $m = M/P$ 为：

$$\frac{M}{P} = \frac{\sqrt{2bT/i}}{2P} = \sqrt{\frac{(b/P)(T/P)}{2i}} = \sqrt{\frac{\beta t}{2i}} \equiv l(i, y) \quad (5)$$

这就是著名的平方根法则 (Square Root Law)：货币需求的收入弹性为 0.5，利率弹性为 -0.5。

2 效用最大化视角 (Utility Maximization Approach)

注释 (T.A. Note)

对应笔记 P.1 下半部分至 P.2。老师展示了如何将上述成本最小化问题嵌入到两期消费模型中，使其具有微观基础。

2.1 两期预算约束

消费者最大化效用 $U(c_1, c_2)$ 。

- 第 1 期约束： $P_1 c_1 + B + \frac{C}{2} = Y$
- 第 2 期约束： $P_2 c_2 = (1+i)B + \frac{C}{2} - b\frac{T}{C}$

其中， B 为储蓄（债券）， $C/2$ 为平均货币余额（被占用无法生息）， $b(T/C)$ 为交易成本。

将第 2 期约束折现到第 1 期，消去 B ：

$$P_1 c_1 + \frac{P_2 c_2}{1+i} + \underbrace{\left(\frac{C}{2} - \frac{C/2}{1+i} \right)}_{\text{持有货币的净成本}} + \frac{bT/C}{1+i} = Y \quad (6)$$

整理中间的货币成本项：

$$\frac{C}{2} \left(1 - \frac{1}{1+i} \right) = \frac{C}{2} \frac{i}{1+i} \quad (7)$$

当 i 较小时， $\frac{i}{1+i} \approx i$ 。因此，预算约束中的“损耗项”变为：

$$\text{Loss} \approx \frac{C}{2} i + b\frac{T}{C} \quad (8)$$

这与 Section 1 中的 Baumol 成本函数完全一致。

2.2 通货膨胀的影响

注释 (T.A. Note)

对应笔记 P.2。引入通胀 π ，使得名义利率与实际利率分离。

假设 $P_2 = (1 + \pi)P_1$ 。根据费雪方程 $1 + i = (1 + r)(1 + \pi)$ 。持有货币的实际成本 (Opportunity Cost of Holding Money) 可以分解为:

$$\text{Cost} = \frac{C/P_1}{2} \frac{i}{1+i} \approx \frac{m}{2}(r + \pi) \quad (9)$$

这里 r 是实际利率, π 是通货膨胀率。

- **结论:** 通胀 π 就像是对货币余额征收的一种税 (Inflation Tax)。它增加了持有货币的成本, 导致人们减少货币持有量 m , 增加跑银行的次数 (即增加了“鞋底成本”)。

3 福利分析: 鞋底成本与无谓损失

注释 (T.A. Note)

对应笔记 P.3。这是本章的高潮部分, 利用积分证明了交易成本 (鞋底成本) 等于福利三角形的面积。

3.1 货币需求曲线与消费者剩余

定义实际货币需求函数 $m(i) = \sqrt{\frac{\beta y}{2i}}$ 。反需求函数为:

$$i(m) = \frac{\beta y}{2m^2} \quad (10)$$

利息收入 (或机会成本总额) 为矩形面积:

$$\text{Revenue} = i \cdot m = \text{矩形} OABC \quad (11)$$

3.2 积分推导

我们计算需求曲线下方的总面积 (Total Benefit / Utility from money services)。笔记中计算的是 $\int m(i)di$ 形式的积分 (或者利用几何关系)。让我们计算从 0 到 m 的积分 (总效用):

注 3.1. 笔记中的推导使用了对 i 的积分技巧。

笔记原文逻辑如下:

$$\int_0^i m(i)di = \sqrt{\frac{\beta y}{2}} \int_0^i z^{-1/2} dz = \sqrt{\frac{\beta y}{2}} \cdot [2z^{1/2}]_0^i = 2\sqrt{\frac{\beta y}{2}} \cdot \sqrt{i} = 2\sqrt{\frac{\beta y i}{2}} \quad (12)$$

注意到 $m = \sqrt{\frac{\beta y}{2i}} \implies \sqrt{\frac{\beta y}{2}} = m\sqrt{i}$ 。代入上式:

$$\text{Area under curve (relative to axis } i) = 2 \cdot (m\sqrt{i}) \cdot \sqrt{i} = 2mi \quad (13)$$

这意味着, 需求曲线左侧的总面积是矩形 $i \cdot m$ 的 **两倍**。

3.3 鞋底成本 = 扭曲损失

- 总面积 (Total Area): $2 \times OABC = 2im$
- 矩形面积 (Opportunity Cost): $OABC = im$
- 剩余三角形 (Triangle Area): $BCD = \text{Total} - \text{Rectangle} = 2im - im = im$

我们再看交易成本（鞋底成本）的表达式：

$$\text{Shoe-leather Cost} = b \frac{T}{C} = \beta \frac{y}{c} \quad (14)$$

在最优解处，交易成本等于机会成本：

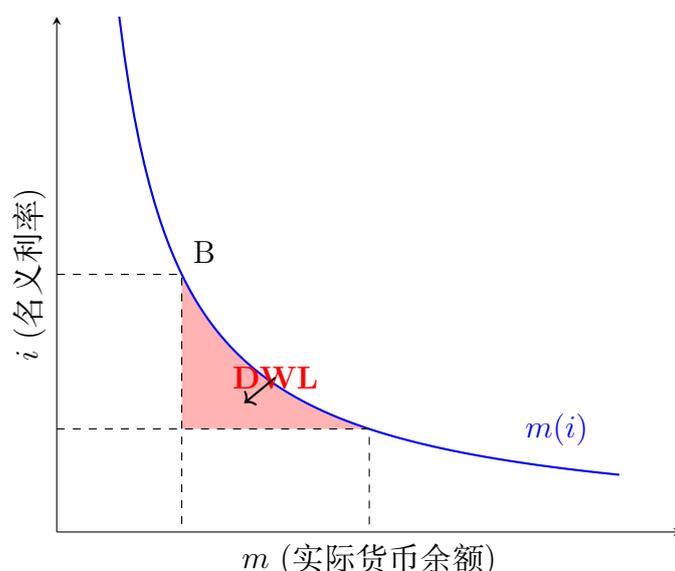
$$\beta \frac{y}{c} = i \frac{c}{2} = \frac{1}{2} im \quad (15)$$

(此处笔记推导略有跳跃，核心在于证明三角形面积等于交易成本)。

更精确的福利经济学解释 (Bailey/Friedman):

- 真实的社会资源消耗是**交易成本**（跑银行磨损的鞋底）。
- 在最优处，交易成本 = $\frac{1}{2} \times$ 总利息成本。
- 这一部分正好对应需求曲线下方的**哈伯格三角形 (Harberger Triangle)**，即无谓损失。

通胀的福利成本 (Welfare Cost)



直觉 (Intuition) 3.1. 图中的红色阴影区域 (DWL) 代表了由于名义利率上升 (通胀)，人们减少持有货币 m ，转而频繁跑银行所造成的**效用损失**。这部分损失没有转化为任何人的收益（不像铸币税是政府的收益），因此是纯粹的社会浪费，即**鞋底成本**。