

经济学原理课程笔记：两部门循环流向与 $S=I$ 恒等式

金禾经济研究中心

January 4, 2026

Abstract

本节笔记整理自课堂板书，旨在从微观一般均衡的角度证明宏观经济恒等式。通过分析家庭的要素供给与厂商的生产决策，结合零利润条件，推导出家庭收入必然等于厂商成本，进而证明**储蓄等于投资** ($S = I$)。

Contents

1 拉氏指数的构造 (Laspeyres Index Construction)	2
1.1 模型设定	2
1.2 价格变动与补偿收入	2
1.3 拉氏指数定义	2
2 替代偏差：为何 L 指数高估了通胀？	3
2.1 几何证明	3
2.2 结论：高估偏差	3
3 帕氏指数与理想指数 (Paasche & Fisher)	4
3.1 帕氏指数 (Paasche Index)	4
3.2 结论：真实生活成本的界限	4

1 模型设定与循环流向 (Circular Flow Setup)

注释 (T.A. Note)

笔记开篇提出了核心思想：家庭收入等于厂商成本，厂商收入等于家庭支出。这是瓦尔拉斯一般均衡 (Walrasian General Equilibrium) 在宏观会计中的体现。

1.1 经济主体与变量定义

假设经济中存在 M 个家庭，以及两个生产部门（消费品部门 C 和资本品部门 H ）。

- 家庭 (Households):** 共 $i = 1, \dots, M$ 个家庭。每个家庭购买消费品 C_i 和资本品（或储蓄） H_i 。同时，家庭向厂商提供要素：劳动 N_i 和资本 H_i （此处 H 既代表资本存量也代表资本品产出，假设资本完全折旧或流转）。
- 消费品厂商 (Consumption Firms):** 共 $j = 1, \dots, J$ 个厂商。生产函数： ${}_jC = f({}_jN, {}_jH)$ 。其中 ${}_jN$ 为第 j 个厂商雇佣的劳动， ${}_jH$ 为雇佣的资本。
- 资本品厂商 (Investment/Capital Firms):** 共 $k = 1, \dots, K$ 个厂商。生产函数： ${}_kH = f({}_kN, {}_kH)$ 。产出为资本品 H （对应宏观中的投资品 I ）。

1.2 价格体系

- P_c : 消费品价格。
- P_h : 资本品（投资品）价格。
- w_N : 工资率（劳动的价格）。
- w_H : 资本租金率（资本的价格）。

假设 1.1. 完全折旧假设: 笔记中提到“产品皆只能存一期，不用过斯也报废”。这意味着当期生产的资本品 H 即为当期的总投资 I ，且家庭当期的储蓄全部用于购买这些新资本品。

2 家庭部门：收入与支出 (Household Sector)

2.1 家庭预算约束

对于第 i 个家庭，其收入 y_i 来源于要素供给（劳动 + 资本）：

$$y_i = w_N N_i + w_H H_i \quad (1)$$

家庭的支出分为消费支出 $P_c C_i$ 和购买新资本品（即储蓄）的支出 $P_h(\Delta H_i)$ 。在笔记中，这被记为 S_i （名义储蓄）：

$$\text{支出} = P_c C_i + S_i \quad (2)$$

其中 S_i 对应于购买投资品 I_i 的支出，即 $S_i = P_h H_i^{new}$ 。

2.2 加总 (Aggregation)

将所有 M 个家庭加总，得到全社会总收入 Y 和总支出：

$$Y = \sum_{i=1}^M y_i = \sum_{i=1}^M (w_N N_i + w_H H_i) = P_C C + S \quad (3)$$

其中 $C = \sum C_i$ 为总消费， $S = \sum S_i$ 为总储蓄。

结论： 家庭部门的总收入最终流向了消费和储蓄，即 $Y = P_C C + S$ 。

3 厂商部门：成本与收益 (Firm Sector)

注释 (T.A. Note)

这部分利用了芝加哥学派非常强调的**零利润条件**。在完全竞争市场中，厂商的经济利润为零，这意味着总收入完全分配给了要素所有者（欧拉定理）。

3.1 消费品行业 (C-Sector)

全行业的总收入为销售额：

$$\text{Revenue}_C = \sum_{j=1}^J P_{cj} C = P_C C \quad (4)$$

全行业的总成本为支付给要素的报酬：

$$\text{Cost}_C = \sum_{j=1}^J (w_{Nj} N + w_{Hj} H) = w_N N_C + w_H H_C \quad (5)$$

其中 N_C 和 H_C 分别是消费品行业雇佣的总劳动和总资本。

零利润条件 (Zero Profit Condition):

$$P_C C = w_N N_C + w_H H_C \quad (\text{式 } 9) \quad (6)$$

3.2 资本品行业 (H-Sector / Investment)

同理，资本品行业的总收入等于其总成本。设 H 为全社会生产的资本品总量（即宏观上的实际投资 I ）， P_h 为其价格。

$$\text{Revenue}_H = P_h H \quad (7)$$

$$\text{Cost}_H = \sum_{k=1}^K (w_{Nk} N + w_{Hk} H) = w_N N_H + w_H H_H \quad (8)$$

零利润条件:

$$P_h H = w_N N_H + w_H H_H \quad (\text{式 } 10) \quad (9)$$

这里 $P_h H$ 即为名义总投资 I 。

4 储蓄等于投资的证明 (Proof of $S = I$)

4.1 市场出清条件

要素市场必须出清，即家庭提供的总要素等于厂商需求的总要素：

$$\text{总劳动供给 } N = N_C + N_H \quad (10)$$

$$\text{总资本供给 } H_{stock} = H_C + H_H \quad (11)$$

4.2 恒等式推导

我们将两个部门的零利润条件（式 9 和式 10）相加：

$$\begin{aligned} \underbrace{P_c C + P_h H}_{\text{总产出价值}} &= (w_N N_C + w_H H_C) + (w_N N_H + w_H H_H) \\ &= w_N (N_C + N_H) + w_H (H_C + H_H) \\ &= \underbrace{w_N N + w_H H_{stock}}_{\text{家庭总收入 } Y} \end{aligned} \quad (12)$$

由此得到宏观经济的基本恒等式：

$$Y = P_c C + P_h H \quad (13)$$

定义名义投资 $I \equiv P_h H$ ，则有：

$$Y = P_c C + I \quad (14)$$

结合家庭部门的预算约束（Section 2 中的结论）：

$$Y = P_c C + S \quad (15)$$

联立上述两式：

$$P_c C + I = P_c C + S \quad (16)$$

消去 $P_c C$ ，证得：

$$\mathbf{I} = \mathbf{S} \quad (17)$$

注 4.1. 笔记最后写道“ C, H, N 市场皆由供需决定”，这意味着上述恒等式不仅仅是事后的会计统计，更是一般均衡（General Equilibrium）的结果。当产品市场、要素市场都达到均衡时，储蓄必然转化为投资。